www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۱۰/۳۰ صبح	مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه (سالی – واحدی)		تاریخ امتحان: ۱۳۸۳/۱۰/۲۴	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران درنوبت **دی ماه** سال ۱۳۸۳		کارشناسی سنجش و ارزشیابی تحصیلی متوسطه	

ردیف	سؤالات	نمره
۱	از ضوابط زیر کدامیک ضابطه یک تابع است ؟ الف) $\begin{matrix} f : N \to R \\ x^2 + y^2 = 26 \end{matrix}$ ب) $\begin{matrix} g : R \to R \\ y^3 + 2y + 1 + x = 0 \end{matrix}$	۱
۲	توابع f و g با ضابطه های $f(x) = \frac{1}{x-1}$ و $g(x) = \sqrt{x+2}$ مفروضند . دامنه توابع f و g و gof را تعیین کنید . سپس ضابطه تابع gof را (در صورت وجود) بنویسید .	۱/۲۵
۳	در معادله $x^2 + mx - 3 = 0$ ، مقدار m را چنان بیابید که بین α, β ریشه های این معادله رابطه $2\alpha + \beta = 4$ برقرار باشد .	۱
۴	به کمک رسم نمودار تابع $y = Cosx$ در بازهٔ $[-\pi, \pi]$ ، تحقیق کنید تابع f با ضابطهٔ $f(x) = \lvert Cosx \rvert$ زوج است یا فرد؟	۰/۷۵
۵	درستی رابطه رو به رو را ثابت کنید : $Cos(a+b)Cos(a-b) = Cos^2 a - Cos^2 b$	۱
۶	تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{2a(\sqrt{x+3}-2)}{\lvert x-1 \rvert} & x < 1 \\ [x-1]+1 & x \geq 1 \end{cases}$ مفروض است . a را چنان بیابید که تابع در $x=1$ حد داشته باشد . ([ ] نماد جزء صحیح است)	۱
۷	حدود زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. ([ ] نماد جزء صحیح است) الف) $\lim_{x \to 8} \frac{x-8}{\sqrt[3]{x}-2}$ ب) $\lim_{x \to +\infty} (x - 1 + \sqrt{x^2 + x})$ ج) $\lim_{x \to 1} \frac{2x^3 - x - 1}{x^2 - 1}$ د) $\lim_{x \to \pi^+} \frac{Cos\, x}{2 + [\sin x]}$ هـ) $\lim_{x \to 1} (x^2 - 1) \tan \frac{\pi}{2} x$	۲/۵
۸	معادلات خطوط مجانب قائم وافقی تابع $y = \frac{1}{\sqrt{x-1}} + \frac{1}{\sqrt{x+2}}$ را در صورت وجود بنویسید .	۰/۷۵

ادامه‌ی سؤالات در صفحه‌ی دوم

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۱۰/۳۰ صبح	مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه (سالی – واحدی)		تاریخ امتحان: ۱۳۸۳/۱۰/۲۴	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران درنوبت **دی ماه** سال ۱۳۸۳		کارشناسی سنجش و ارزشیابی تحصیلی متوسطه	

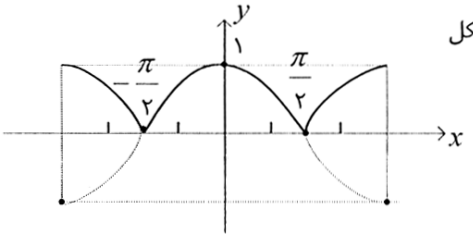
۹	مجموعه نقاط ناپیوستگی تابع f با ضابطه‌ی $f(x)=[x]$ را روی دامنه‌ی آن مشخص کنید . ($[\ ]$ نماد جزء صحیح است)	۰/۷۵
۱۰	اگر $f'(x)=\frac{x}{x-1}$ ، مشتق تابع $y=f(x^2-3x)$ را حساب کنید .	۰/۷۵
۱۱	مشتق بگیرید . (ساده کردن مشتق الزامی نیست) الف) $y=\frac{Cosx}{1-Sinx}\sqrt{2x-3}$ ب) $y=\left(\frac{5x-7}{1+x^2}\right)^3-tan(1-2x)$	۱
۱۲	معادله خط قائم بر منحنی تابع $y=\sqrt{4+Cos\,x}$ را در نقطه $(2,\frac{\pi}{2})$ بنویسید .	۱
۱۳	از نقطه A(1,2) دو مماس بر منحنی تابع $y=-x^2+1$ رسم می کنیم . شیب خطوط مماس را پیدا کنید .	۱/۵
۱۴	مشتق پذیری تابع f با ضابطه $f(x)=\sqrt{\lvert x-2\rvert}$ را در $x_0=2$ بررسی کنید.	۱
۱۵	در تابع $y=\frac{1}{4}mx^3-x^2-x$ ، $(m<-1)$ حدود m را چنان تعیین کنید که تابع همواره نزولی باشد.	۱
۱۶	جدول تغییرات و نمودار تابع $y=\frac{cos\,x}{1-2cos\,x}$ را در فاصله $[0,2\pi]$ رسم کنید.	۱/۵
۱۷	مقدار عددی کمیت زیر رابیابید. $A=Arc\,Sin\left(Cos\left(Arc\,tan(Cos\,\pi)\right)\right)$	۱
۱۸	ابتدا نمودار تابع $f(x)=2-\lvert x-1\rvert$ را رسم کنید سپس انتگرال معین $\int_{-1}^{2} f(x)dx$ را نیز محاسبه کنید .	۱/۲۵
	« موفق باشید » جمع نمرات	۲۰

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: **حسابان**	رشته: **ریاضی و فیزیک**
سال سوم آموزش متوسطه (سالی – واحدی)	تاریخ امتحان: **۱۳۸۳/۱۰/۲۴**
دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران درنوبت دی ماه سال ۱۳۸۳	**کارشناسی سنجش و ارزشیابی تحصیلی متوسطه**

ردیف	راهنمای تصحیح
۱	الف) خیر $\begin{matrix} x=۱ \ , \ y=۵ \\ x=۱ \ , \ y=-۵ \end{matrix} \Rightarrow$ تابع نیست (۰/۲۵) ب) $\begin{matrix} y_۱^۳+۲y_۱+۱+x=۰ \\ y_۲^۳+۲y_۲+۱+x=۰ \end{matrix} \rightarrow y_۱^۳+۲y_۱=y_۲^۳+۲y_۲$ $\Rightarrow y_۱\left(y_۱^۲+۲\right)=y_۲\left(y_۲^۲+۲\right) \rightarrow$ **هم علامتند** $y_۲ , y_۱$ $y_۱^۳-y_۲^۳+۲y_۱-۲y_۲ \neq ۰$ (۰/۲۵) $\left(y_۱-y_۲\right)\left(y_۱^۲+y_۲^۲+y_۱y_۲+۲\right)=۰$ (۰/۲۵) $y_۱=y_۲$ (۰/۲۵) تابع هست . (۰/۲۵)
۲	$D_f=R-\{۱\}, D_g=[-۲,+\infty)$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) $D_{gof}=\{x\in D_f \mid f(x)\in D_g\}=\left\{x\in R-\{۱\} \mid \frac{۱}{x-۱}\geq -۲\right\}=\left(-\infty,\frac{۱}{۲}\right]\cup(۱,+\infty)$ (۰/۲۵) $gof(x)=g(f(x))=\sqrt{\frac{۱}{x-۱}+۲}$ (۰/۲۵)
۳	$\left.\begin{matrix} ۲\alpha+B==۴ \rightarrow \alpha+\alpha+B=۴ \\ \alpha+B=-m \quad (۰/۲۵) \end{matrix}\right\} \rightarrow \alpha=۴+m$ (۰/۲۵) $(۴+m)^۲+m(۴+m)-۳=۰$ (۰/۲۵) $\rightarrow ۲m^۲+۱۲m+۱۳=۰ \rightarrow m=\frac{-۶\pm\sqrt{۱۰}}{۲}$ (۰/۲۵)
۴	$\begin{array}{c\|ccccc} x & -\pi & -\frac{\pi}{۲} & ۰ & \frac{\pi}{۲} & \pi \\ \hline y & -۱ & ۰ & ۱ & ۰ & -۱ \end{array}$  رسم شکل (۰/۵) با توجه به شکل چون محور عرضها ، محور تقارن شکل است این تابع (یعنی تابع f) زوج است . (۰/۲۵)

ادامه در صفحه‌ی دوم

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: **حسابان**	رشته: **ریاضی و فیزیک**
سال سوم آموزش متوسطه (سالی - واحدی)	تاریخ امتحان: ۱۳۸۳/۱۰/۲۴
دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران درنوبت **دی ماه** سال ۱۳۸۳	کارشناسی سنجش و ارزشیابی تحصیلی متوسطه

۵

$$\begin{cases}\cos(a+b)=\cos a\cos b-\sin a\sin b\\ \cos(a-b)=\cos a\cos b+\sin a\sin b\end{cases}\quad(۰/۲۵)$$

$$\cos(a+b)\cos(a-b)=\cos^{۲}a\cos^{۲}b-\sin^{۲}a\sin^{۲}b=\cos^{۲}a(۱-\sin^{۲}b)-(۱-\cos^{۲}a)\sin^{۲}b$$

$$=\cos^{۲}a-\cos^{۲}a\sin^{۲}b-\sin^{۲}b+\cos^{۲}a\sin^{۲}b=\cos^{۲}a-\sin^{۲}b\quad(۰/۲۵)$$

(۰/۵)

۶

$$\lim_{x\to ۱^{+}} f(x)=\lim_{x\to ۱^{+}}([x]-۲x+۲)=۱\quad(۰/۲۵)$$

$$\lim_{x\to ۱^{-}}\frac{۲a\left(\sqrt{x+۳}-۲\right)\left(\sqrt{x+۳}+۲\right)}{-(x-۱)\left(\sqrt{x+۳}+۲\right)}=\lim_{x\to ۱^{-}}\frac{۲a(x-۱)}{-(x-۱)\left(\sqrt{x+۳}+۲\right)}=\frac{۲a}{-۴}=-\frac{a}{۲}\quad(۰/۵)$$

شرط حد داشتن: $-\frac{a}{۲}=۱\to a=-۲$ (۰/۲۵)

۷

الف)

$$\lim_{x\to ۸}\frac{(x-۸)(\sqrt[۳]{x^{۲}}+۴+۲\sqrt[۳]{x})}{(\sqrt[۳]{x}-۲)(\sqrt[۳]{x^{۲}}+۴+۲\sqrt[۳]{x})}=\lim_{x\to ۸}\frac{(x-۸)(\sqrt[۳]{x^{۲}}+۴+۲\sqrt[۳]{x})}{(x-۸)}=۱۲\quad(۰/۵)$$

ب) $+\infty$ (۰/۲۵)

ج) $\lim_{x\to ۱}\frac{(۲x^{۲}+۲x+۱)(x-۱)}{(x-۱)(x+۱)}=\frac{۵}{۲}$ (۰/۵)

د) $\lim_{x\to \pi^{+}}\frac{\cos x}{۲+(-۱)}=\frac{-۱}{۱}=-۱$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)

ه) $\lim_{\substack{x\to ۱\\ t=x-۱\to ۰\\ t+۱=x}}\frac{(x^{۲}-۱)\sin\frac{\pi}{۲}x}{\cos\frac{\pi}{۲}x}=\lim_{t\to ۰}\frac{t(t+۲)\sin\frac{\pi}{۲}(t+۱)}{\cos\frac{\pi}{۲}(t+۱)}=\lim_{t\to ۰}\frac{\frac{\pi}{۲}t(t+۲)\cos\frac{\pi}{۲}t}{\frac{\pi}{۲}(-\sin\frac{\pi t}{۲})}=\frac{-۴}{\pi}$

(۰/۲۵) (۰/۲۵)

۸

$x-۱>۰\to x>۱$, $x+۲>۰\to x>-۲\to D=(۱,+\infty)$ (۰/۲۵)

$\lim_{x\to ۱^{+}} y=+\infty\Rightarrow$ مجانب قائم $x=۱$ (۰/۲۵)

$\lim_{x\to +\infty} y=۰\Rightarrow$ مجانب افقی $y=۰$ (۰/۲۵)

۹

استدلال اینکه تابع در نقاطی به طول اعداد صحیح حد ندارد و بنابراین ناپیوسته است یا با ذکر مثال نقض (۰/۵) مجموعه نقاط ناپیوسته Z (۰/۲۵)

ادامه در صفحه‌ی سوم

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: **حسابان**	رشته: **ریاضی و فیزیک**
سال سوم آموزش متوسطه (سالی – واحدی)	تاریخ امتحان: ۱۳۸۳/۱۰/۲۴
دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران درنوبت **دی ماه** سال ۱۳۸۳	کارشناسی سنجش و ارزشیابی تحصیلی متوسطه

۱۰

$y' = (x^۲ - ۳x)' f'(x^۲ - ۳x)(۰/۲۵) \Rightarrow y' = (۲x - ۳)\dfrac{x^۲ - ۳x}{x^۲ - ۳x - ۱}(۰/۵)$

۱۱

الف) $y' = \dfrac{-Sinx(۱ - Sinx) - (-Cosx)Cosx}{(۱ - Sinx)^۲}\sqrt{۲x - ۳} + \dfrac{۲}{۲\sqrt{۲x - ۳}}\left(\dfrac{Cosx}{۱ - Sinx}\right)$

(۰/۲۵) (۰/۲۵)

ب) $y' = ۳\left(\dfrac{۵x - ۷}{۱ + x^۲}\right)^۲\left(\dfrac{۵(۱ + x^۲) - ۲x(۵x - ۷)}{(۱ + x^۲)^۲}\right) + ۲(۱ + \tan^۲(۱ - ۲x))$

(۰/۲۵) (۰/۲۵)

۱۲

$y' = \dfrac{-Sin\,x}{۲\sqrt{۴ + Cos\,x}} \xrightarrow[\text{مماس}]{m} = \dfrac{-Sin\,\pi/۲}{۲\sqrt{۴ + Cos\,\pi/۲}} = \dfrac{-۱}{۴}$ قائم $\quad m = ۴ \rightarrow y - ۲ = ۴(x - \pi/۲)$

(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)

۱۳

$\begin{cases} B(\alpha, -\alpha^۲ + ۱) & m = -۲\alpha \\ (۰/۲۵) & \text{مماس در } B \quad (۰/۲۵) \Rightarrow y - (-\alpha^۲ + ۱) = -۲\alpha(x - \alpha) \\ y' = -۲x & (۰/۲۵) \end{cases}$

$۲ + \alpha^۲ - ۱ = -۲\alpha + ۲\alpha^۲ \rightarrow \alpha = ۱ \pm \sqrt{۲} \rightarrow m_{\text{مماس}} = -۲(۱ \pm \sqrt{۲})$

(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)

۱۴

$f'(۲) = \lim_{x \to ۲} \dfrac{f(x) - f(۲)}{x - ۲} = \lim_{x \to ۲} \dfrac{\sqrt{|x - ۲|} - ۰}{x - ۲} = \begin{cases} \lim\limits_{x \to ۲^+} \dfrac{\sqrt{x - ۲}}{x - ۲} = +\infty & (۰/۲۵) \\ \lim\limits_{x \to ۲^-} \dfrac{\sqrt{-x + ۲}}{x - ۲} = -\infty & (۰/۲۵) \end{cases}$

پس f' در $x = ۲$ وجود ندارد (۰/۲۵)

۱۵

$y' = \dfrac{۳}{۴}mx^۲ - ۲x - ۱ \quad (۰/۲۵) \qquad y' < ۰ \begin{cases} \Delta < ۰ \rightarrow ۴ - ۴(\dfrac{۳}{۴}m)(-۱) < ۰ \rightarrow ۴ + ۳m < ۰ \rightarrow \underset{(۰/۲۵)}{m} < -\dfrac{۴}{۳} \\ \dfrac{۳}{۴}m < ۰ \rightarrow \underset{(۰/۲۵)}{m} < ۰ \rightarrow \underset{(۰/۲۵)}{m} < -\dfrac{۴}{۳} \end{cases}$

ادامه در صفحه‌ی چهارم

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: **حسابان**	رشته: **ریاضی و فیزیک**
سال سوم آموزش متوسطه (سالی – واحدی)	تاریخ امتحان: ۱۳۸۳/۱۰/۲۴
دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران درنوبت **دی ماه** سال ۱۳۸۳	کارشناسی سنجش و ارزشیابی تحصیلی متوسطه

۱۶

$$y' = \frac{-\sin x}{(۱-۲\cos x)^۲} \quad (۰/۲۵)$$

$$y = ۰ \to \cos x = ۰$$

$$x = \frac{\pi}{۲}, \frac{۳\pi}{۲} \quad (۰/۲۵)$$

$$y' = ۰ \to \sin x = ۰$$

$$\begin{cases} x = ۰, \pi, ۲\pi \\ y = -۱, \frac{-۱}{۳}, -۱ \end{cases} \quad (۰/۲۵)$$

x	۰	$\frac{\pi}{۳}$	$\frac{\pi}{۲}$	π	$\frac{۳\pi}{۲}$	$\frac{۵\pi}{۳}$	۲π
y'	$۰-$		—	۰	$+$		$+۰$
y	-۱ $\searrow$ $-\infty$	$+\infty$	$\searrow$	$-\frac{۱}{۳}$	$\nearrow$	$+\infty$ $\searrow$ $-\infty$	$\nearrow$ -۱

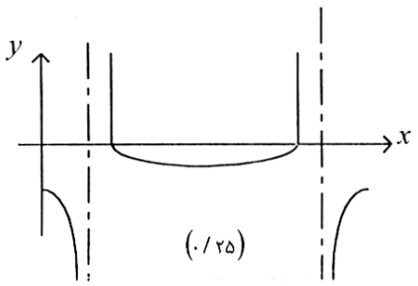
$(۰/۲۵)$

$$y \to \pm\infty \Rightarrow \cos x = \frac{۱}{۲}$$

$$x = ۲k\pi \pm \frac{\pi}{۳}$$

مجانب قائم $x = \frac{\pi}{۳}, \frac{۵\pi}{۳}$

$(۰/۲۵)$

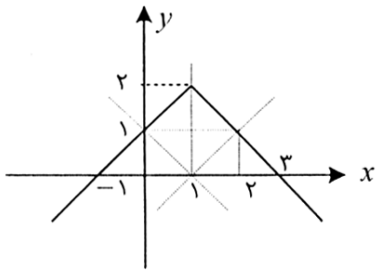


$(۰/۲۵)$

۱۷

$$\underset{(۰/۲۵)}{\text{Cos}\,\pi = -۱} \to \underset{(۰/۲۵)}{\text{Arc tan}\,(-۱) = -\frac{\pi}{۴}} \to \underset{(۰/۲۵)}{\text{Cos}(-\frac{\pi}{۴}) = \frac{\sqrt{۲}}{۲}} \to \underset{(۰/۲۵)}{\text{ArcSin}(\frac{\sqrt{۲}}{۲}) = \frac{\pi}{۴}}$$

۱۸



$(۰/۵)$

$$\int_{-۱}^{۲} f(x)dx = \int_{-۱}^{۱} f(x)dx + \int_{۱}^{۲} f(x)dx$$

$$= \frac{۲\times۲}{۲} + \frac{(۱+۲)\times۱}{۲} = \frac{۷}{۲}$$

$(۰/۷۵)$

با سلام خدمت همکاران محترم

لطفاً برای کلیه‌ی روش های حل صحیح دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمایید . با تشکر

www.alm.loxblog.com